

Test de calcul propositionnel et théorie des ensembles

Exercice 1 : Logique propositionnelle

1. Parmi les tables de vérité en figure 1, laquelle (lesquelles) est (sont) celle(s) de l'implication ($A \Rightarrow B$).

| $[A]_\sigma$ | $[B]_\sigma$ | |
|--------------|--------------|-----------|
| <i>ff</i> | <i>ff</i> | <i>t</i> |
| <i>ff</i> | <i>t</i> | <i>ff</i> |
| <i>t</i> | <i>ff</i> | <i>ff</i> |
| <i>t</i> | <i>t</i> | <i>t</i> |

(a)

| $[A]_\sigma$ | $[B]_\sigma$ | |
|--------------|--------------|-----------|
| <i>ff</i> | <i>ff</i> | <i>t</i> |
| <i>ff</i> | <i>t</i> | <i>t</i> |
| <i>t</i> | <i>ff</i> | <i>t</i> |
| <i>t</i> | <i>t</i> | <i>ff</i> |

(b)

| $[A]_\sigma$ | $[B]_\sigma$ | |
|--------------|--------------|-----------|
| <i>ff</i> | <i>ff</i> | <i>ff</i> |
| <i>ff</i> | <i>t</i> | <i>t</i> |
| <i>t</i> | <i>ff</i> | <i>t</i> |
| <i>t</i> | <i>t</i> | <i>t</i> |

(c)

| $[A]_\sigma$ | $[B]_\sigma$ | |
|--------------|--------------|-----------|
| <i>ff</i> | <i>ff</i> | <i>t</i> |
| <i>ff</i> | <i>t</i> | <i>t</i> |
| <i>t</i> | <i>ff</i> | <i>ff</i> |
| <i>t</i> | <i>t</i> | <i>t</i> |

(d)

FIGURE 1 – Tables de vérité

2. Écrire la table de vérité de la formule

$$(\neg(A \wedge B))$$

Exercice 2 : Ensembles

- Exprimer les ensembles colorés en gris sur la figure 2 en fonction de A , B et C en utilisant les connecteurs \cup , \cap , \setminus et Δ .
- Dessiner les diagrammes de VENN (diagramme patates) de
 - $A \Delta B$
 - $(A \cup B) \setminus (A \cap B \cap C)$

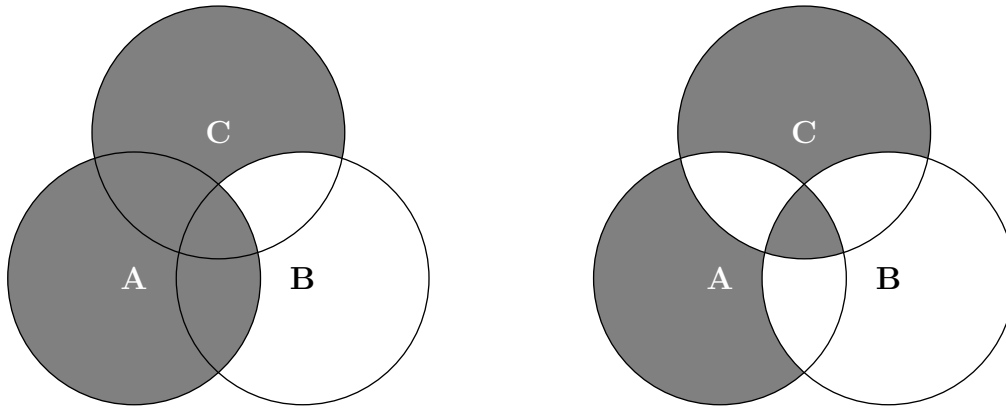


FIGURE 2 – Des ensembles

Exercice 3 : Récurrence

1. Soit la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par

$$S_1 = \frac{1}{2}$$

$$S_n = S_{n-1} + \frac{1}{n(n+1)} \text{ pour } n > 1$$

Prouver que

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, S_n = 1 - \frac{1}{n+1}$$