

# Test de calcul propositionnel et théorie des ensembles

## Exercice 1 : Logique propositionnelle

1. Parmi les tables de vérité en figure 1, laquelle (lesquelles) est (sont) celle(s) de l'implication ( $A \Rightarrow B$ ).

$[A]_\sigma$	$[B]_\sigma$	
<i>ff</i>	<i>ff</i>	<i>t</i>
<i>ff</i>	<i>t</i>	<i>ff</i>
<i>t</i>	<i>ff</i>	<i>ff</i>
<i>t</i>	<i>t</i>	<i>ff</i>

(a)

$[A]_\sigma$	$[B]_\sigma$	
<i>ff</i>	<i>ff</i>	<i>t</i>
<i>ff</i>	<i>t</i>	<i>t</i>
<i>t</i>	<i>ff</i>	<i>ff</i>
<i>t</i>	<i>t</i>	<i>t</i>

(b)

$[A]_\sigma$	$[B]_\sigma$	
<i>ff</i>	<i>ff</i>	<i>t</i>
<i>ff</i>	<i>t</i>	<i>ff</i>
<i>t</i>	<i>ff</i>	<i>ff</i>
<i>t</i>	<i>t</i>	<i>t</i>

(c)

$[A]_\sigma$	$[B]_\sigma$	
<i>ff</i>	<i>ff</i>	<i>t</i>
<i>ff</i>	<i>t</i>	<i>ff</i>
<i>t</i>	<i>ff</i>	<i>t</i>
<i>t</i>	<i>t</i>	<i>t</i>

(d)

FIGURE 1 – Tables de vérité

2. Écrire la table de vérité de la formule

$$((A \vee B) \wedge (\neg A))$$

## Exercice 2 : Ensembles

1. Exprimer les ensembles colorés en gris sur la figure 2 en fonction de  $A$ ,  $B$  et  $C$  en utilisant les connecteurs  $\cup$ ,  $\cap$ ,  $\setminus$  et  $\Delta$ .
2. Dessiner les diagrammes de VENN (diagramme patates) de
  - $A \cap B$
  - $A \setminus B$

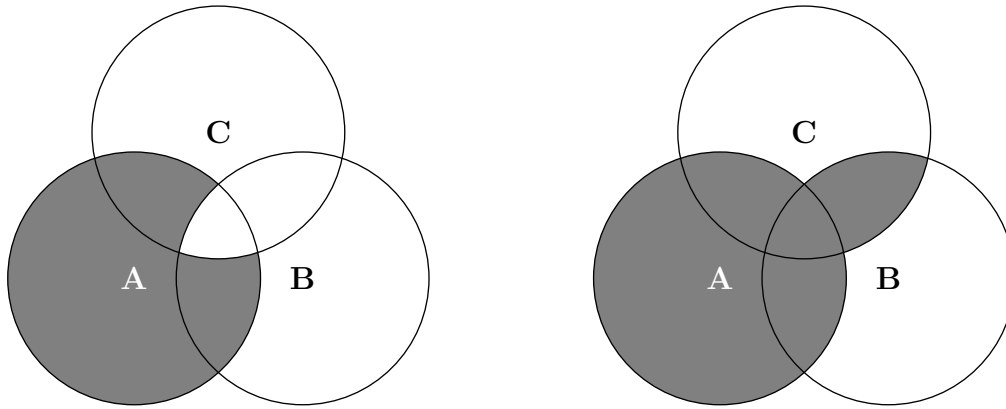


FIGURE 2 – Des ensembles

### Exercice 3 : Récurrence

1. Soit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par

$$\begin{aligned}u_0 &= 2 \\ u_{n+1} &= 2u_n - n\end{aligned}$$

Prouver que

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2^n + n + 1$$