

Test de calcul propositionnel, relations et fonctions

Exercice 1 : Logique propositionnelle

1. Écrire la table de vérité de la formule

$$(A \wedge (A \Rightarrow B))$$

Exercice 2 : Relations

On se donne un ensemble E et \mathcal{R} une relation sur E .

1. Associer chaque propriété avec son nom :
 - i. Antisymétrie a. $\forall (x, y) \in E^2, x\mathcal{R}y \Rightarrow y\mathcal{R}x$
 - ii. Réflexivité b. $\forall (x, y) \in E^2, (x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}x) \Rightarrow x = y$
 - iii. Transitivité c. $\forall (x, y, z) \in E^3, (x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}z) \Rightarrow x\mathcal{R}z$
 - iv. Symétrie d. $\forall x \in E, x\mathcal{R}x$
2. Quelles propriétés doivent être vérifiées pour que \mathcal{R} soit une relation d'équivalence? d'ordre?

Exercice 3 : Fonctions

Soit

$$f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{x+1}{x-1}$$

1. Est-ce que f est injective?
2. Est-ce que f est surjective?
3. Soit $d \in \mathbb{N}^*$ et g la fonction de $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ qui à n associe le quotient de la division euclidienne de n par d (qu'on peut noter $\left\lfloor \frac{n}{d} \right\rfloor$). Cette fonction est-elle injective? Surjective? Bijective? (Attention, cela peut dépendre de d .)