

Test d'algèbre linéaire

1 Sans calcul

Toute cette section peut se faire sans calcul, ou très très succinct, le genre de calcul qu'on n'écrit même pas.

1. On se place dans l'espace vectoriel \mathbb{R}^3 . Est-ce que la famille composée des 2 vecteurs

$$\begin{pmatrix} 1, 1, 7 \\ \pi, \pi^2, \pi^3 \end{pmatrix}$$

est génératrice ?

2. Toujours dans \mathbb{R}^3 , justifier que $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0 \wedge 7y - 5z = 0\}$ est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 .
3. Montrer que la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$$

n'est pas inversible.

2 Du calcul

N'oubliez pas de justifier un minimum le résultat soit en détaillant le calcul, soit en évoquant la méthode utilisée, soit en vérifiant le résultat *a posteriori* (si applicable). Les intermédiaires de calculs ne sont pas strictement nécessaires, mais conseillés. Surtout si le résultat est incorrect.

1. Trouver l'inverse de

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. (a) On se donne

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vérifier que $A = D + N$.

- (b) Vérifier que $DN = ND$.
- (c) Calculer N^2 et N^3 , puis déduire la valeur de N^k avec $k \geq 2$
- (d) Soit $k \in \mathbb{N}$. Calculer D^k .
- (e) Soit $k \in \mathbb{N}$. Calculer A^k